Toto je důkaz boží existence z pozůstalosti Kurta Gödela, zapsaný v dvousortové modální logice 1. řádu. V této (původní) verzi dochází ke kolapsu modalit. To řeší např. Andersonova verze, která navíc dokáže totéž jen s pomocí lehce modifikovaných axiomů 1 – 3.

Petr Olmer, 2006.

Definice 1 *Proměnné x, y jsou individua. Proměnné A, B jsou vlastnosti. $A(x)$ je zkratka za aplikační predikát $Appl(A, x)$ vyjadřující, že individuum x má vlastnost A.*

Definice 2 *Unární predikát P znamená „být pozitivní, dobrou vlastností".*

Axiom 1 $P(\neg A) \leftrightarrow \neg P(A)$ *Opakem dobra je nedobro (zlo).*

Axiom 2 $P(A) \,\&\, \Box(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow P(B)$ *Z dobra plyne jenom dobro.*

Věta 1 $P(A) \rightarrow \Diamond(\exists x)A(x)$ *Když existuje dobrá vlastnost, tak je možné, že existuje někdo, kdo tuto dobrou vlastnost má.*

Důkaz 1 *Sporem: Předpokládejme $P(A)$ a $\neg(\Diamond(\exists x)A(x))$.*
$\vdash \Box(\forall x)\neg A(x)$
$\vdash \Box(\forall x)(A(x) \rightarrow x \neq x)$
Podle axiomu 2 $P(x \neq x)$. Ale $\Box(\forall x)(A(x) \rightarrow x = x)$. Podle axiomu 2 $P(x = x)$. Ale $(x \neq x) \equiv \neg(x = x)$, což je ve sporu s axiomem 1.

Definice 3 $G(x) \equiv (\forall A)(P(A) \rightarrow A(x))$ *Individuum je „jako Bůh", pokud má všechny dobré vlastnosti. Tedy Bůh je ztělesněné dobro.*

Axiom 3 $P(G)$ *Být Bohem je dobrá vlastnost.*

Důsledek 1 $\Diamond(\exists x)G(x)$ *Je možné, že existuje Bůh.*

Axiom 4 $P(A) \rightarrow \Box P(A)$ *Když je něco dobré, je to nutně dobré.*

Definice 4 $A\ Ess.\ x \equiv A(x) \,\&\, (\forall B)(B(x) \rightarrow \Box(\forall y)(A(y) \rightarrow B(y)))$ *Individuum x má esenci A, pokud má vlastnost A a každá jiná vlastnost x je nutným důsledkem vlastnosti A.*

Věta 2 $G(x) \rightarrow G\ Ess.\ x$ *Bůh má boží esenci (podstatu).*

Důkaz 2 *Předpokládejme $G(x)$.*
$\vdash G(x)$
Předpokládejme $A(x)$. Kdyby $\neg P(A)$, tak $P(\neg A)$ a $\neg A(x)$, tedy musí být $P(A)$.
$\vdash P(A)$
Ale $P(A) \rightarrow (\forall x)(G(x) \rightarrow A(x))$, protože všechna „boží" individua musí mít dobrou vlastnost A.
$\vdash \Box P(A) \rightarrow \Box(\forall x)(G(x) \rightarrow A(x))$
Ale podle axiomu 4 $\Box P(A)$. Tedy (modus ponens) $\Box(\forall x)(G(x) \rightarrow A(x))$, což je definováno jako $G\ Ess.\ x$.

Důsledek 2 $(A\ Ess.\ x \,\&\, B\ Ess.\ x) \rightarrow \Box A = B$ *Individuum má nutně pouze jednu esenci.*

Důsledek 3 $A\ Ess.\ x \rightarrow \Box(\forall y)(A(y) \rightarrow y = x)$ *Žádná dvě různá individua nemají stejnou esenci.*

Definice 5 $NE(x) \equiv (\forall A)(A\ Ess.\ x \rightarrow \Box(\exists x)A(x))$ *NE je nutná existence. Aby individuum x nutně existovalo, musí mít esenci a pokud je A tou esencí, existuje nutně individuum s touto vlastností A, což je právě individuum x.*

Axiom 5 $P(NE)$ *„Mít nutnou existenci" je dobré.*

Věta 3 $\Diamond\Box(\exists x)G(x)$ *Je možné, že Bůh nutně existuje.*

Důkaz 3 *Za domácí úkol.*

Věta 4 $\Box(\exists x)G(x)$ *Bůh nutně existuje.*

Důkaz 4 $G(x) \rightarrow NE(x) \,\&\, G\ Ess.\ x \rightarrow \Box(\exists x)G(x)$ *podle věty 2 a definice 5.*
$\vdash (\exists x)G(x) \rightarrow \Box(\exists x)G(x)$
$\vdash \Diamond(\exists x)G(x) \rightarrow \Diamond\Box(\exists x)G(x) \rightarrow \Box(\exists x)G(x)$
Ale podle věty 1 $\Diamond(\exists x)G(x)$.
$\vdash \Box(\exists x)G(x)$

Tím je existence Boha dokázána. Všimněte si, že tento důkaz by neprošel při negaci, takže jím nedokážete existenci Ďábla. Všimněte si též, že Gödelova teorie má triviální (jednoprvkový) model.